Apellidos y nombre ______________________________

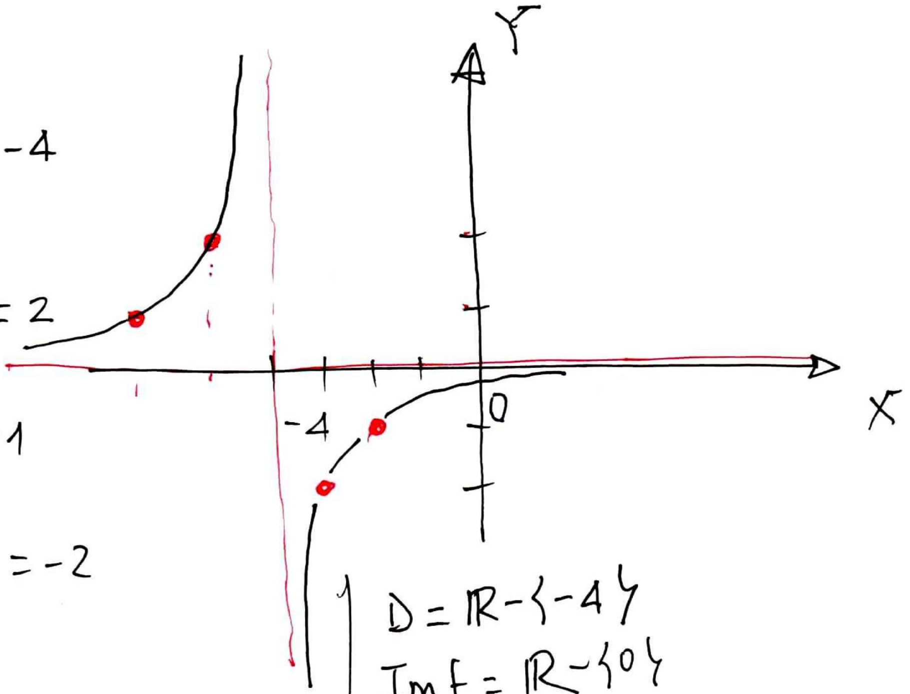
Temas 11, 12 y 13. Tipos de funciones, operaciones con funciones y límites de funciones

1. Representa utilizando una tabla de valores significativos la función: $y=\dfrac{-2}{x+4}$. Haz un comentario: dominio, imagen, asíntotas, crecimiento, concavidad y convexidad.

A.H. $y=\frac{0}{1}=0$

A.V. $x+4=0;\ x=-4$

x	y	
-5	2	$\frac{-2}{-5+4}=2$
-6	1	$\frac{-2}{-6+4}=1$
-3	-2	$\frac{-2}{-3+4}=-2$
-2	-1	$\frac{-2}{-2+4}=-1$



$D=\mathbb{R}-\{-4\}$

$\mathrm{Im}\, f=\mathbb{R}-\{0\}$

A.H.: $y=0$; A.V.: $x=-4$.

Crece: siempre

Cóncava: $(-\infty,-4)$

Convexa: $(-4,+\infty)$

2. Sean las funciones: $f(x)=-2x+5$ y $g(x)=\dfrac{3x+1}{4x}$

a) Hallar $(f\circ g)(1)$ b) Hallar $(g\circ f)(x)$

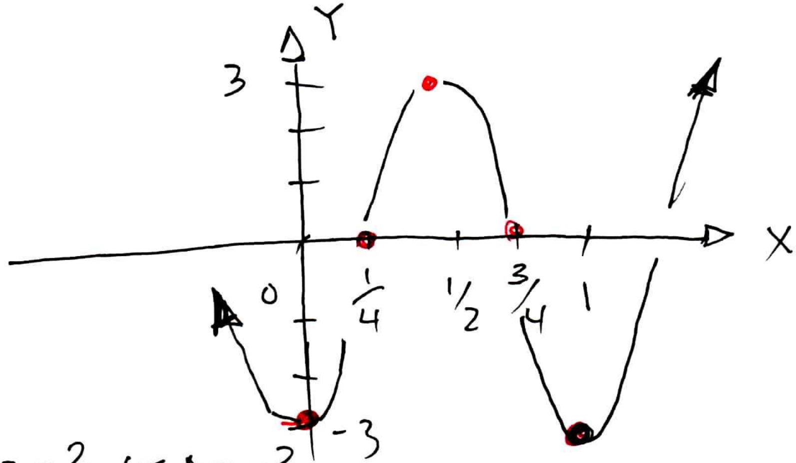
a) $(f\circ g)(1)=f(g(1))=f\left(\frac{3.1+1}{4.1}\right)=f(1)=-2.1+5=3$

b) $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(-2x+5)=$

$$=\frac{3(-2x+5)+1}{4.(-2x+5)}=\frac{-6x+15+1}{-8x+20}=\frac{-6x+16}{-8x+20}$$

$$=\frac{-3x+8}{-4x+10}$$

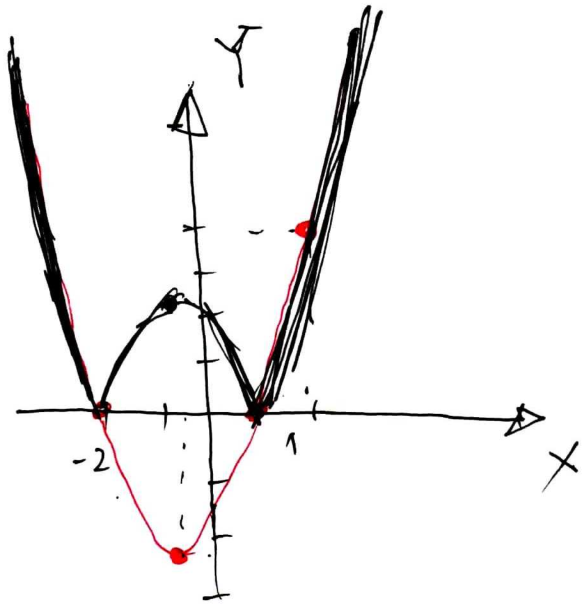
3. Representa la función $y = -3\cos(2\pi x)$



$2\pi x = 2\pi$; $\boxed{x = 1}$

x	Y	
0	-3	$-3\cos(2\pi \cdot 0) = -3 \cdot \cos 0 = -3$
$\frac{1}{4}$	0	$-3\cos(2\pi \cdot \frac{1}{4}) = -3\cos\frac{\pi}{2} = 0$
$\frac{1}{2}$	3	$-3\cos(2\pi \cdot \frac{1}{2}) = -3\cos\pi = 3$
$\frac{3}{4}$	0	$-3\cos(2\pi \cdot \frac{3}{4}) = -3\cos\frac{3\pi}{2} = 0$
1	-3	$-3\cos(2\pi \cdot 1) = -3 \cdot 1 = -3$

4. Representa gráficamente la función: $y = |x^2 + x - 2|$



$y = x^2 + x - 2$

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2}$

Cortes : $y = 0$; $0 = x^2 + x - 2$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$

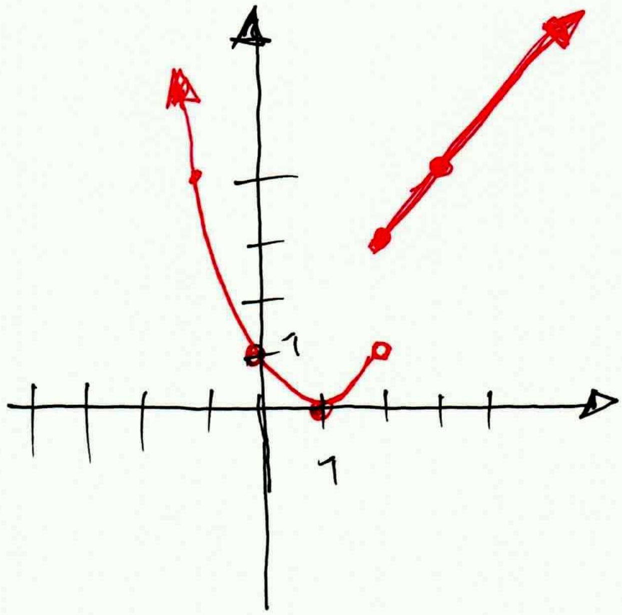
x	Y	
1	0	
-2	0	
$-\frac{1}{2}$	$-2'25$	$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2 = \frac{1-2-8}{4} = \frac{-9}{4} = -2'25$
2	4	$2^2 + 2 - 2 = 4$

5. Dada la función: $f(x)=\begin{cases} x^2-2x+1 & si \quad x<2 \\ x+1 & si \quad x\geq 2 \end{cases}$. Dibuja su gráfica.

x	y
1	0
0	1
-1	4
2	3
3	4

$\boxed{x^2-2x+1}$ $\quad x=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-2)}{2\cdot 1}=1$

$\boxed{x+1}$



6. Halla su función inversa de $y=\frac{5x-1}{4x+2}$

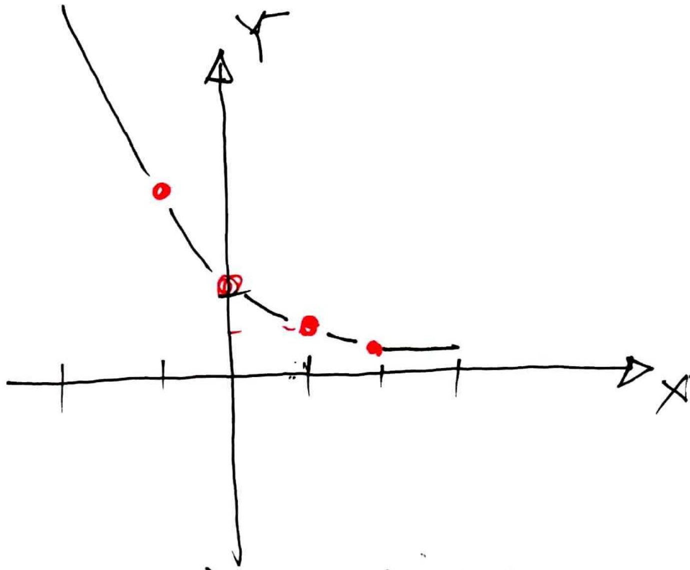
$x=\frac{5y-1}{4y+2}$; $\quad x(4y+2)=5y-1$;

$4xy+2x=5y-1$; $\quad 4xy-5y=-2x-1$;

$(4x-5)y=-2x-1$; $\quad \boxed{y=\frac{-2x-1}{4x-5}}$

7. Representa gráficamente la función: $f(x)=0'5^x$. Comentario: dominio, recorrido, asíntotas, crecimiento, concavidad.

X	Y
0	1 ; $0'5^0=1$
1	$0'5$; $0'5^1=0'5$
-1	2 ; $0'5^{-1}=2$
2	$0'25$; $0'5^2=0'25$



$D=\mathbb{R}$; $Im f=(0,+\infty)$; A.H. : $y=0$; Decrece siempre

Cóncava siempre.

8. Halla los límites siguientes: *a)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x^2+3x^3\right)$ *b)* $\lim\limits_{x\to 2}\frac{-1}{x-2}$ *c)* $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x^2+3x^3\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}3x^3=3(+\infty)^3=+\infty$

b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{-1}{x-2}=\frac{-1}{2-2}=\frac{-1}{0}=\infty$.

c) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}=\frac{2^2-4}{2^2-4\cdot2+4}=\frac{0}{0}$ IND

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 0 & -4 \\ 2 & & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrr} & 1 & -4 & 4 \\ 2 & & 2 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x-2)}=\frac{4}{0}=\infty$

9. Calcular los límites que se indican: $f(x) = \dfrac{3x-2}{-2x+4}$; *a)* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; *b)* $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

$$a)\ \lim_{x\to-\infty} \frac{3x-2}{-2x+4} = \frac{-\infty}{+\infty}\ \text{IND};$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{3\cancel{x}}{-2\cancel{x}} = \frac{-3}{2}$$

$$b)\ \lim_{x\to 2} \frac{3x-2}{-2x+4} = \frac{3.2-2}{-2.2+4} = \frac{4}{0} = \infty.$$

10. Hallar los siguientes límites razonadamente: a) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{x-3}$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-5x+3}{x^2+2x}$

$$a)\ \lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{0}{0};\ \lim_{x\to 3} \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{x-3}} = 6$$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 0 & -9 \\ 3 & & 3 & 9 \\ \hline & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$b)\ \lim_{x\to -\infty} \frac{-5x+3}{x^2+2x} = \frac{+\infty}{+\infty}\ \text{IND}.$$

$$= \lim_{x\to -\infty} \frac{-5\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}} = \frac{-5}{+\infty} = 0$$